उत्तरमाला

प्रश्नावली 1.1

1. (i) स्वतुल्य नहीं, सममित नहीं और न तो संक्रामक

(ii) स्वतुल्य नहीं, सममित नहीं और न तो संक्रामक

(iii) स्वतुल्य और संक्रामक परंतु सममित नहीं

(iv) स्वतुल्य, सममित और संक्रामक

(v) (a) स्वतुल्य, सममित और संक्रामक

(b) स्वतुल्य, सममित और संक्रामक

(c) स्वतुल्य नहीं, सममित नहीं और न तो संक्रामक

(d) स्वतुल्य नहीं, सममित नहीं और लेकिन संक्रामक

(e) स्वतुल्य नहीं, सममित नहीं और न तो संक्रामक

3. स्वतुल्य नहीं, सममित नहीं और न तो संक्रामक

5. स्वतुल्य नहीं, सममित नहीं और न तो संक्रामक

9. (i) $\{1, 5, 9\}$, (ii) $\{1\}$

12. T_1 और T_3 परस्पर संबधित हैं।

13. सभी त्रिभुजों का समुच्चय

14. सभी रेखाओं $y = 2x + c, c \in \mathbf{R}$ का समुच्चय

15. B

16. C

प्रश्नावली 1.2

1. नहीं

2. (i) एकैकी परंतु आच्छादी नहीं

(ii) न तो एकैकी और न ही आच्छादी

(iii) न तो एकैकी और न ही आच्छादी

(iv) एकैकी परंतु आच्छादी नहीं

(v) एकैकी परंतु आच्छादी नहीं

7. (i) एकैकी और आच्छादक

(ii) न तो एकैकी और न ही आच्छादक

9. नहीं

10. हाँ

11. D

12. A

प्रश्नावली 1.3

1. $gof = \{(1, 3), (3,1), (4,3)\}$

3. (i) $(gof)(x) = |5|x| - 2|$, $(fog)(x) = |5x - 2|$

(ii) $(gof)(x) = 2x$, $(fog)(x) = 8x$

4. f का प्रतिलोम स्वयं f ही है।

5. (i) नहीं, क्योंकि f एक बहुएक फलन है। (ii) नहीं, क्योंकि g एक बहुएक फलन है।

(iii) हाँ, क्योंकि h एक एकैकी तथा आच्छादक फलन है।

6. f^{-1}, $f^{-1}(y) = \frac{2y}{1-y}$, $y \neq 1$ द्वारा प्रदत्त है। **7.** f^{-1}, $f^{-1}(y) = \frac{y-3}{4}$ द्वारा प्रदत्त है।

11. f^{-1} दिया है। $f^{-1}(a) = 1$, $f^{-1}(b) = 2$ और $f^{-1}(c) = 3$ द्वारा प्रदत्त है।

13. (C) **14.** (B)

प्रश्नावली 1.4

1. (i) नहीं (ii) हाँ (iii) हाँ (iv) हाँ (v) हाँ

2. (i) * द्विआधारी है परंतु न तो क्रमविनिमेय और न ही साहचर्य

(ii) * द्विआधारी और क्रमविनिमेय है परंतु साहचर्य नहीं

(iii) * द्विआधारी क्रमविनिमेय और साहचर्य हैं।

(iv) * द्विआधारी और क्रमविनिमेय है परंतु साहचर्य नहीं

(v) * द्विआधारी है परंतु न तो क्रमविनिमेय और न ही साहचर्य

(vi) * द्विआधारी नहीं है।

3.

Λ	1	2	3	4	5
1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2
3	1	2	3	3	3
4	1	2	3	4	4
5	1	2	3	4	5

4. (i) $(2 * 3) * 4 = 1$ और $2 * (3 * 4) = 1$ (ii) हाँ (iii) 1

5. हाँ

6. (i) $5 * 7 = 35$, $20 * 16 = 80$ (ii) हाँ (iii) हाँ (iv) 1 (v) 1

7. नहीं **8.** $*$ क्रमविनिमेय और साहचर्य दोनों हैं; $*$ के सापेक्ष **N** में कोई तत्समक अवयव नहीं है।

9. (ii) , (iv), (v) क्रमविनिमेय हैं; (v) साहचर्य है। **10.** (V)

11. तत्समक अवयव का अस्तित्व नहीं है।

12. (i) असत्य (ii) सत्य **13.** B

अध्याय 1 पर विविध प्रश्नावली

1. $g(y)=\frac{y-7}{10}$ **2.** f का प्रतिलोम स्वयं f है।

3. $x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 3x$ **8.** No **10.** $n!$

11. (i) $F^{-1} = \{(3, a), (2, b), (1, c)\}$, (ii) F^{-1} का अस्तित्व नहीं है। **12.** No

15. हाँ **16.** A **17.** B **18.** No

19. B

प्रश्नावली 2.1

1. $\frac{-\pi}{6}$ **2.** $\frac{\pi}{6}$ **3.** $\frac{\pi}{6}$ **4.** $\frac{-\pi}{3}$

5. $\frac{2\pi}{3}$ **6.** $-\frac{\pi}{4}$ **7.** $\frac{\pi}{6}$ **8.** $\frac{\pi}{6}$

9. $\frac{3\pi}{4}$ **10.** $\frac{-\pi}{4}$ **11.** $\frac{3\pi}{4}$ **12.** $\frac{2\pi}{3}$

13. B **14.** B

प्रश्नावली 2.2

5. $\frac{1}{2}\tan^{-1} x$ **6.** $\frac{\pi}{2} - \sec^{-1}|x|$ **7.** $\frac{x}{2}$ **8.** $\frac{\pi}{4} - x$

9. $\sin^{-1}\frac{x}{a}$ **10.** $3\tan^{-1}\frac{x}{a}$ **11.** $\frac{\pi}{4}$ **12.** 0

13. $\frac{x+y}{1-xy}$ **14.** $\frac{1}{5}$ **15.** $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$ **16.** $\frac{\pi}{3}$

17. $\frac{-\pi}{4}$ **18.** $\frac{17}{6}$ **19.** B **20.** D

21. B

अध्याय 2 पर विविध प्रश्नावली

1. $\frac{\pi}{6}$ **2.** $\frac{\pi}{6}$ **13.** $x = n\pi + \frac{\pi}{4}, n \in z$ **14.** $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$

15. D **16.** C **17.** C

प्रश्नावली 3.1

1. (i) 3×4 (ii) 12 (iii) $19, 35, -5, 12, \frac{5}{2}$

2. $1 \times 24, 2 \times 12, 3 \times 8, 4 \times 6, 6 \times 4, 8 \times 3, 12 \times 2, 24 \times 1; 1 \times 13, 13 \times 1$

3. $1 \times 18, 2 \times 9, 3 \times 6, 6 \times 3, 9 \times 2, 18 \times 1; 1 \times 5, 5 \times 1$

4. (i) $\begin{bmatrix} 2 & \frac{9}{2} \\ \frac{9}{2} & 8 \end{bmatrix}$ (ii) $\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (iii) $\begin{bmatrix} \frac{9}{2} & \frac{25}{2} \\ 8 & 18 \end{bmatrix}$

5. (i) $\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{5}{2} & 2 & \frac{3}{2} & 1 \\ 4 & \frac{7}{2} & 3 & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$ (ii) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

6. (i) $x = 1, \quad y = 4, \quad z = 3$

(ii) $x = 4, \quad y = 2, \quad z = 0$ or $x = 2, \quad y = 4, \; z = 0$

(iii) $x = 2, \quad y = 4, \quad z = 3$

7. $a = 1, b = 2, c = 3, d = 4$

8. C **9.** B **10.** D

प्रश्नावली 3.2

1. (i) $A + B = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$ (ii) $A - B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$

(iii) $3A - C = \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$ (iv) $AB = \begin{bmatrix} -6 & 26 \\ -1 & 19 \end{bmatrix}$ (v) $BA = \begin{bmatrix} 11 & 10 \\ 11 & 2 \end{bmatrix}$

2. (i) $\begin{bmatrix} 2a & 2b \\ 0 & 2a \end{bmatrix}$ (ii) $\begin{bmatrix} (a+b)^2 & (b+c)^2 \\ (a-c)^2 & (a-b)^2 \end{bmatrix}$

(iii) $\begin{bmatrix} 11 & 11 & 0 \\ 16 & 5 & 21 \\ 5 & 10 & 9 \end{bmatrix}$ (iv) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

3. (i) $\begin{bmatrix} a^2+b^2 & 0 \\ 0 & a^2+b^2 \end{bmatrix}$ (ii) $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 6 & 8 \\ 6 & 9 & 12 \end{bmatrix}$ (iii) $\begin{bmatrix} -3 & -4 & 1 \\ 8 & 13 & 9 \end{bmatrix}$

(iv) $\begin{bmatrix} 14 & 0 & 42 \\ 18 & -1 & 56 \\ 22 & -2 & 70 \end{bmatrix}$ (v) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 5 \\ -2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ (vi) $\begin{bmatrix} 14 & -6 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$

4. $A+B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 9 & 2 & 7 \\ 3 & -1 & 4 \end{bmatrix}, B-C = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 4 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

5. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ **6.** $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

7. (i) $X = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (ii) $X = \begin{bmatrix} \frac{2}{5} & \frac{-12}{5} \\ \frac{-11}{5} & 3 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} \frac{2}{5} & \frac{13}{5} \\ \frac{14}{5} & -2 \end{bmatrix}$

8. $X = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ **9.** $x = 3, y = 3$ **10.** $x = 3, y = 6, z = 9, t = 6$

11. $x = 3, y = -4$ **12.** $x = 2, y = 4, w = 3, z = 1$

15. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ -1 & -1 & -10 \\ -5 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ **17.** $k = 1$

19. (a) Rs 15000, Rs 15000 (b) Rs 5000, Rs 25000

20. Rs 20160 **21.** A **22.** B

प्रश्नावली 3.3

1. (i) $\begin{bmatrix} 5 & \frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$ (ii) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ (iii) $\begin{bmatrix} -1 & \sqrt{3} & 2 \\ 5 & 5 & 3 \\ 6 & 6 & -1 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} -4 & 5 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$ **9.** $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{bmatrix}$

10. (i) $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$

(ii) $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(iii) $A = \begin{bmatrix} 3 & \frac{1}{2} & \frac{-5}{2} \\ \frac{1}{2} & -2 & -2 \\ \frac{-5}{2} & -2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ \frac{-5}{2} & 0 & 3 \\ \frac{-3}{2} & -3 & 0 \end{bmatrix}$ (iv) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$

11. A **12.** B

प्रश्नावली 3.4

1. $\begin{bmatrix} \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{-2}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$ **2.** $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ **3.** $\begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} -7 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ **5.** $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -7 & 2 \end{bmatrix}$ **6.** $\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

7. $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ **8.** $\begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ **9.** $\begin{bmatrix} 7 & -10 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

10. $\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 2 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$ **11.** $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ \frac{-1}{2} & 1 \end{bmatrix}$ **12.** व्युत्क्रम का अस्तित्व नहीं है।

13. $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ **14.** व्युत्क्रम का अस्तित्व नहीं है।

15. $\begin{bmatrix} \frac{-2}{5} & 0 & \frac{3}{5} \\ \frac{-1}{5} & \frac{1}{5} & 0 \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & \frac{-2}{5} \end{bmatrix}$ **16.** $\begin{bmatrix} 1 & \frac{-2}{5} & \frac{-3}{5} \\ \frac{-2}{5} & \frac{4}{25} & \frac{11}{25} \\ \frac{-3}{5} & \frac{1}{25} & \frac{9}{25} \end{bmatrix}$ **17.** $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}$

18. D

अध्याय 3 पर विविध प्रश्नावली

6. $x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, y = \pm \frac{1}{\sqrt{6}}, z = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

7. $x = -1$ **9.** $x = \pm 4\sqrt{3}$

10. (a) बाजार-I में कुल आय = Rs 46000

बाजार-II में कुल आय = Rs 53000

(b) Rs 15000, Rs 17000

11. $X = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ **13.** C **14.** B **15.** C

प्रश्नावली 4.1

1. (i) 18 **2.** (i) 1, (ii) $x^3 - x^2 + 2$

5. (i) – 12, (ii) 46, (iii) 0, (iv) 5 **6.** 0

7. (i) $x = \pm\sqrt{3}$, (ii) $x = 2$ **8.** (B)

प्रश्नावली 4.2

15. C **16.** C

प्रश्नावली 4.3

1. (i) $\frac{15}{2}$, (ii) $\frac{47}{2}$, (iii) 15

3. (i) 0, 8, (ii) 0, 8 **4.** (i) $y = 2x$, (ii) $x - 3y = 0$ **5.** (D)

प्रश्नावली 4.4

1. (i) $M_{11} = 3, M_{12} = 0, M_{21} = -4, M_{22} = 2, A_{11} = 3, A_{12} = 0, A_{21} = 4, A_{22} = 2$

(ii) $M_{11} = d, M_{12} = b, M_{21} = c, M_{22} = a$

$A_{11} = d, A_{12} = -b, A_{21} = -c, A_{22} = a$

2. (i) $M_{11} = 1, M_{12} = 0, M_{13} = 0, M_{21} = 0, M_{22} = 1, M_{23} = 0, M_{31} = 0, M_{32} = 0, M_{33} = 1,$

$A_{11} = 1, A_{12} = 0, A_{13} = 0, A_{21} = 0, A_{22} = 1, A_{23} = 0, A_{31} = 0, A_{32} = 0, A_{33} = 1$

(ii) $M_{11} = 11, M_{12} = 6, M_{13} = 3, M_{21} = -4, M_{22} = 2, M_{23} = 1, M_{31} = -20, M_{32} = -13, M_{33} = 5$

$A_{11} = 11, A_{12} = -6, A_{13} = 3, A_{21} = 4, A_{22} = 2, A_{23} = -1, A_{31} = -20, A_{32} = 13, A_{33} = 5$

3. 7 **4.** $(x - y)(y - z)(z - x)$ **5.** (D)

प्रश्नावली 4.5

1. $\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ **2.** $\begin{bmatrix} 3 & 1 & -11 \\ -12 & 5 & -1 \\ 6 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ **5.** $\frac{1}{14}\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$

6. $\frac{1}{13}\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ **7.** $\frac{1}{10}\begin{bmatrix} 10 & -10 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ **8.** $\frac{-1}{3}\begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ -9 & -2 & 3 \end{bmatrix}$

9. $\frac{-1}{3}\begin{bmatrix} -1 & 5 & 3 \\ -4 & 23 & 12 \\ 1 & -11 & -6 \end{bmatrix}$ **10.** $\begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 9 & 2 & -3 \\ 6 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ **11.** $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & -\cos\alpha \end{bmatrix}$

13. $\frac{1}{7}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ **14.** $a = -4, b = 1$ **15.** $A^{-1} = \frac{1}{11}\begin{bmatrix} -3 & 4 & 5 \\ 9 & -1 & -4 \\ 5 & -3 & -1 \end{bmatrix}$

16. $\frac{1}{4}\begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ **17.** B **18.** B

प्रश्नावली 4.6

1. संगत **2.** संगत **3.** असंगत

4. संगत **5.** असंगत **6.** संगत

7. $x = 2, y = -3$ **8.** $x = \frac{-5}{11}, y = \frac{12}{11}$ **9.** $x = \frac{-6}{11}, y = \frac{-19}{11}$

10. $x = -1, y = 4$ **11.** $x = 1, y = \frac{1}{2}, z = \frac{-3}{2}$

12. $x = 2, y = -1, z = 1$ **13.** $x = 1, y = 2, z = -1$

14. $x = 2, y = 1, z = 3$

15. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -2 & 9 & -23 \\ -1 & 5 & -13 \end{bmatrix}, x = 1, y = 2, z = 3$

16. प्याज का मूल्य प्रति kg = Rs 5
गेहूँ का मूल्य प्रति kg = Rs 8
चावल का मूल्य प्रति kg = Rs 8

अध्याय 4 पर विविध प्रश्नावली

3. 1 **5.** $x = \frac{-a}{3}$ **7.** $\begin{bmatrix} 9 & -3 & 5 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

9. $-2(x^3 + y^3)$ **10.** xy **16.** $x = 2, y = 3, z = 5$

17. A **18.** A **19.** D

प्रश्नावली 5.1

2. f, $x = 3$ पर संतत है।
3. (a), (b), (c) और (d) सभी संतत फलन हैं।
5. f, $x = 0$ और $x = 2$ पर संतत है; परंतु $x = 1$ पर संतत नहीं है।
6. $x = 2$ पर असंतत
7. $x = 3$ पर असंतत
8. $x = 0$ पर असंतत
9. असांतत्यत का कोई बिंदु नहीं
10. असांतत्यता का कोई बिंदु नहीं
11. असांतत्यत का कोई बिंदु नहीं
12. $x = 1$ पर f असंतत है।
13. $x = 1$ पर f संतत नहीं है।
14. $x = 1$ और $x = 3$ पर f संतत नहीं है।
15. केवल $x = 1$ असांतत्यता का बिंदु है।
16. संतत
17. $a = b + \frac{2}{3}$
18. λ के किसी भी मान के लिए f, $x = 0$ पर संतत है परंतु f, λ के प्रत्येक मान के लिए $x = 1$ पर संतत है।
20. $x = \pi$ पर f संतत है।
21. (a), (b) और (c) सभी संतत फलन हैं।
22. प्रत्येक $x \in \mathbf{R}$ के लिए cosine फलन संतत है। cosecant फलन $x = n\pi$, $n \in \mathbf{Z}$ के अतिरिक्त सभी बिंदुओं पर संतत है। secant फलन $x = (2n+1)\frac{\pi}{2}$, $n \in \mathbf{Z}$ के अतिरिक्त सभी बिंदुओं पर संतत है। cotangent फलन, $x = n\pi$, $n \in \mathbf{Z}$ के अतिरिक्त सभी बिंदुओं पर संतत हैं।
23. असांतत्यता का कोई बिंदु नहीं है।
24. हाँ, प्रत्येक $x \in \mathbf{R}$ के लिए f संतत है।
25. प्रत्येक $x \in \mathbf{R}$ के लिए f संतत है।
26. $k = 6$
27. $k = \frac{3}{4}$
28. $k = \frac{-2}{\pi}$
29. $k = \frac{9}{5}$
30. $a = 2$, $b = 1$
34. असांतत्यता का कोई बिंदु नहीं है।

प्रश्नावली 5.2

1. $2x \cos (x^2 + 5)$
2. $-\cos x \sin (\sin x)$
3. $a \cos (ax + b)$
4. $$\frac{\sec (\tan \sqrt{x}).\tan (\tan \sqrt{x}).\sec^2 \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$$

5. $a \cos(ax+b) \sec(cx+d) + c \sin(ax+b) \tan(cx+d) \sec(cx+d)$

6. $10x^4 \sin x^5 \cos x^5 \cos x^3 - 3x^2 \sin x^3 \sin^2 x^5$

7. $\dfrac{-2\sqrt{2}\,x}{\sin x^2 \sqrt{\sin 2x^2}}$ 8. $-\dfrac{\sin\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

प्रश्नावली 5.3

1. $\dfrac{\cos x - 2}{3}$ 2. $\dfrac{2}{\cos y - 3}$ 3. $-\dfrac{a}{2by + \sin y}$

4. $\dfrac{\sec^2 x - y}{x + 2y - 1}$ 5. $-\dfrac{(2x+y)}{(x+2y)}$ 6. $-\dfrac{(3x^2+2xy+y^2)}{(x^2+2xy+3y^2)}$

7. $\dfrac{y \sin xy}{\sin 2y - x \sin xy}$ 8. $\dfrac{\sin 2x}{\sin 2y}$ 9. $\dfrac{2}{1+x^2}$ 10. $\dfrac{3}{1+x^2}$

11. $\dfrac{2}{1+x^2}$ 12. $\dfrac{-2}{1+x^2}$ 13. $\dfrac{-2}{1+x^2}$ 14. $\dfrac{2}{\sqrt{1-x^2}}$

15. $-\dfrac{2}{\sqrt{1-x^2}}$

प्रश्नावली 5.4

1. $\dfrac{e^x(\sin x - \cos x)}{\sin^2 x}, x \neq n\pi, n \in \mathbf{Z}$ 2. $\dfrac{e^{\sin^{-1} x}}{\sqrt{1-x^2}}, x \in (-1, 1)$

3. $3x^2 e^{x^3}$ 4. $-\dfrac{e^{-x}\cos(\tan^{-1} e^{-x})}{1+e^{-2x}}$

5. $-e^x \tan e^x,\ e^x \neq (2n+1)\dfrac{\pi}{2}, n \in \mathbf{N}$ 6. $e^x + 2x e^{x^2} + 3x^2 e^{x^3} + 4x^3 e^{x^4} + 5x^4 e^{x^5}$

7. $\dfrac{e^{\sqrt{x}}}{4\sqrt{x e^{\sqrt{x}}}}, x > 0$ 8. $\dfrac{1}{x \log x}, x > 1$

9. $-\dfrac{(x \sin x \cdot \log x + \cos x)}{x(\log x)^2}, x > 0$ 10. $-\left(\dfrac{1}{x} + e^x\right)\sin(\log x + e^x), x > 0$

प्रश्नावली 5.5

1. $-\cos x \cos 2x \cos 3x\,[\tan x + 2\tan 2x + 3\tan 3x]$

2. $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)(x-5)}}\left[\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x-3}-\frac{1}{x-4}-\frac{1}{x-5}\right]$

3. $(\log x)^{\cos x}\left[\frac{\cos x}{x\log x}-\sin x\log(\log x)\right]$

4. $x^x(1+\log x)-2^{\sin x}\cos x\log 2$

5. $(x+3)(x+4)^2(x+5)^3(9x^2+70x+133)$

6. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^x\left[\frac{x^2-1}{x^2+1}+\log\left(x+\frac{1}{x}\right)\right]+x^{1+\frac{1}{x}}\left(\frac{x+1-\log x}{x^2}\right)$

7. $(\log x)^{x-1}[1+\log x\,.\,\log(\log x)]+2x^{\log x-1}\,.\,\log x$

8. $(\sin x)^x(x\cot x+\log\sin x)+\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x-x^2}}$

9. $x^{\sin x}\left[\frac{\sin x}{x}+\cos x\log x\right]+(\sin x)^{\cos x}[\cos x\cot x-\sin x\log\sin x]$

10. $x^{x\cos x}[\cos x\,.\,(1+\log x)-x\sin x\log x]-\frac{4x}{(x^2-1)^2}$

11. $(x\cos x)^x[1-x\tan x+\log(x\cos x)]+(x\sin x)^{\frac{1}{x}}\left[\frac{x\cot x+1-\log(x\sin x)}{x^2}\right]$

12. $-\frac{yx^{y-1}+y^x\log y}{x^y\log x+xy^{x-1}}$

13. $\frac{y}{x}\left(\frac{y-x\log y}{x-y\log x}\right)$

14. $\frac{y\tan x+\log\cos y}{x\tan y+\log\cos x}$

15. $\frac{y(x-1)}{x(y+1)}$

16. $(1+x)(1+x^2)(1+x^4)(1+x^8)\left[\frac{1}{1+x}+\frac{2x}{1+x^2}+\frac{4x^3}{1+x^4}+\frac{8x^7}{1+x^8}\right]$; $f'(1)=120$

17. $5x^4-20x^3+45x^2-52x+11$

प्रश्नावली 5.6

1. t^2

2. $\frac{b}{a}$

3. $-4\sin t$

4. $-\frac{1}{t^2}$

5. $\dfrac{\cos\theta - 2\cos 2\theta}{2\sin 2\theta - \sin\theta}$ **6.** $-\cot\dfrac{\theta}{2}$ **7.** $-\cot 3t$ **8.** $\tan t$

9. $\dfrac{b}{a}\operatorname{cosec}\theta$ **10.** $\tan\theta$

प्रश्नावली 5.7

1. 2 **2.** $380\, x^{18}$ **3.** $-x\cos x - 2\sin x$

4. $-\dfrac{1}{x^2}$ **5.** $x(5 + 6\log x)$ **6.** $2e^x(5\cos 5x - 12\sin 5x)$

7. $9\, e^{6x}(3\cos 3x - 4\sin 3x)$ **8.** $-\dfrac{2x}{(1+x^2)^2}$

9. $-\dfrac{(1+\log x)}{(x\log x)^2}$ **10.** $-\dfrac{\sin(\log x) + \cos(\log x)}{x^2}$

12. $-\cot y\operatorname{cosec}^2 y$

अध्याय 5 पर विविध प्रश्नावली

1. $27(3x^2 - 9x + 5)^8(2x - 3)$ **2.** $3\sin x\cos x(\sin x - 2\cos^4 x)$

3. $(5x)^{3\cos 2x}\left[\dfrac{3\cos 2x}{x} - 6\sin 2x\log 5x\right]$

4. $\dfrac{3}{2}\sqrt{\dfrac{x}{1-x^3}}$ **5.** $-\left[\dfrac{1}{\sqrt{4-x^2}\sqrt{2x+7}} + \dfrac{\cos^{-1}\dfrac{x}{2}}{(2x+7)^{\frac{3}{2}}}\right]$

6. $\dfrac{1}{2}$ **7.** $(\log x)^{\log x}\left[\dfrac{1}{x} + \dfrac{\log(\log x)}{x}\right],\ x > 1$

8. $(a\sin x - b\cos x)\sin(a\cos x + b\sin x)$

9. $(\sin x - \cos x)^{\sin x - \cos x}(\cos x + \sin x)(1 + \log(\sin x - \cos x)),\ \sin x > \cos x$

10. $x^x(1 + \log x) + ax^{a-1} + a^x\log a$

11. $x^{x^2-3}\left[\dfrac{x^2-3}{x} + 2x\log x\right] + (x-3)^{x^2}\left[\dfrac{x^2}{x-3} + 2x\log(x-3)\right]$

12. $\dfrac{6}{5}\cot\dfrac{t}{2}$ **13.** 0 **17.** $\dfrac{\sec^3 t}{at},\ 0 < t < \dfrac{\pi}{2}$

प्रश्नावली 6.1

1. (a) 6π cm²/cm (b) 8π cm²/cm
2. $\frac{8}{3}$ cm²/s
3. 60π cm²/s
4. 900 cm³/s
5. 80π cm²/s
6. 1.4π cm/s
7. (a) –2 cm/min (b) 2 cm²/min
8. $\frac{1}{\pi}$ cm/s
9. 400π cm³/cm
10. $\frac{8}{3}$ cm/s
11. (4, 11) and $\left(-4, \frac{-31}{3}\right)$
12. 2π cm³/s
13. $\frac{27}{8}\pi(2x+1)^2$
14. $\frac{1}{48\pi}$ cm/s
15. Rs 20.967
16. Rs 208
17. B
18. D

प्रश्नावली 6.2

4. (a) $\left(\frac{3}{4}, \infty\right)$ (b) $\left(-\infty, \frac{3}{4}\right)$
5. (a) $(-\infty, -2)$ and $(3, \infty)$ (b) $(-2, 3)$
6. (a) $x < -1$ के लिए ह्रासमान और $x > -1$ के लिए वर्धमान
   (b) $x > -\frac{3}{2}$ के लिए ह्रासमान और $x < -\frac{3}{2}$ के लिए वर्धमान
   (c) $-2 < x < -1$ के लिए वर्धमान और $x < -2$ और $x > -1$ के लिए ह्रासमान
   (d) $x < -\frac{9}{2}$ के लिए वर्धमान और $x > -\frac{9}{2}$ के लिए ह्रासमान
   (e) (1, 3) और $(3, \infty)$, में वर्धमान तथा $(-\infty, -1)$ और $(-1, 1)$ में ह्रासमान
8. $0 < x < 1$ और $x > 2$
12. A, B
13. D
14. $a = -2$
19. D

प्रश्नावली 6.3

1. 764
2. $\frac{-1}{64}$
3. 11
4. 24

5. 1 **6.** $\frac{-a}{2b}$ **7.** (3, – 20) और (–1, 12)

8. (3, 1) **9.** (2, – 9)

10. (i) $y + x + 1 = 0$ और $y + x - 3 = 0$

11. वक्र पर कोई ऐसी स्पर्श रेखा नही है जिसकी प्रवणता 2 हो।

12. $y = \frac{1}{2}$ **13.** (i) (0, ± 4) (ii) (± 3, 0)

14. (i) स्पर्श रेखा : $10x + y = 5$; अभिलंब : $x - 10y + 50 = 0$

(ii) स्पर्श रेखा : $y = 2x + 1$; अभिलंब : $x + 2y - 7 = 0$

(iii) स्पर्श रेखा : $y = 3x - 2$; अभिलंब : $x + 3y - 4 = 0$

(iv) स्पर्श रेखा : $y = 0$; अभिलंब : $x = 0$

(v) स्पर्श रेखा : $x + y - \sqrt{2} = 0$; अभिलंब $x = y$

15. (a) $y - 2x - 3 = 0$ (b) $36y + 12x - 227 = 0$

17. (0, 0), (3, 27) **18.** (0, 0), (1, 2), (–1, –2)

19. (1, ± 2) **20.** $2x + 3my - am^2(2 + 3m^2) = 0$

21. $x + 14y - 254 = 0$, $x + 14y + 86 = 0$

22. $ty = x + at^2$, $y = -tx + 2at + at^3$

24. $\frac{x x_0}{a^2} - \frac{y y_0}{b^2} = 1$, $\frac{y - y_0}{a^2 y_0} + \frac{x - x_0}{b^2 x_0} = 0$

25. $48x - 24y = 23$ **26.** D **27.** A

प्रश्नावली 6.4

1. (i) 5.03 (ii) 7.035 (iii) 0.775

(iv) 0.208 (v) 0.999 (vi) 1.968

(vii) 2.962 (viii) 3.996 (ix) 3.009

(x) 20.025 (xi) 0.060 (xii) 2.984

(xiii) 3.004 (xiv) 7.904 (xv) 2.001

2. 28.21 **3.** – 34.995 **4.** $0.03\, x^3$ m³

5. $-0.12\, x^2$ m² **6.** $3.92\,\pi$ m³ **7.** $2.16\,\pi$ m²

8. D **9.** C

प्रश्नावली 6.5

1. (i) निम्नतम मान $= 3$ (ii) निम्नतम मान $= -2$

(iii) उच्चतम मान $= 10$ (iv) न तो निम्नतम और न तो उच्चतम मान

2. (i) निम्नतम मान $= -1$; उच्चतम मान का अस्तित्व नहीं

(ii) उच्चतम मान $= 3$; निम्नतम मान का अस्तित्व नहीं

(iii) निम्नतम मान $= 4$; उच्चतम मान $= 6$

(iv) निम्नतम मान $= 2$; उच्चतम मान $= 4$

(v) न तो निम्नतम मान और न तो उच्चतम मान

3. (i) $x = 0$ पर स्थानीय निम्नतम, स्थानीय निम्नतम मान $= 0$

(ii) $x = 1$ पर स्थानीय निम्नतम, स्थानीय निम्नतम मान $= -2$

$x = -1$ पर स्थानीय उच्चतम, स्थानीय उच्चतम मान $= 2$

(iii) $x = \frac{\pi}{4}$ पर स्थानीय उच्चतम, स्थानीय उच्चतम मान $= \sqrt{2}$

(iv) $x = \frac{3\pi}{4}$ पर स्थानीय उच्चतम, स्थानीय उच्चतम मान $= \sqrt{2}$

$x = \frac{7\pi}{4}$ पर स्थानीय निम्नतम, स्थानीय निम्नतम मान $= -\sqrt{2}$

(v) $x = 1$ पर स्थानीय उच्चतम, स्थानीय उच्चतम मान $= 19$

$x = 3$ पर स्थानीय निम्नतम, स्थानीय निम्नतम मान $= 15$

(vi) $x = 2$ पर स्थानीय निम्नतम, स्थानीय निम्नतम मान $= 2$

(vii) $x = 0$ पर स्थानीय उच्चतम, स्थानीय उच्चतम मान $= \frac{1}{2}$

(viii) $x = \frac{2}{3}$ पर स्थानीय उच्चतम, स्थानीय उच्चतम मान $= \frac{2\sqrt{3}}{9}$

5. (i) निरपेक्ष निम्नतम मान $= -8$, निरपेक्ष उच्चतम मान $= 8$

(ii) निरपेक्ष निम्नतम मान $= -1$, निरपेक्ष उच्चतम मान $= \sqrt{2}$

(iii) निरपेक्ष निम्नतम मान $= -10$, निरपेक्ष उच्चतम मान $= 8$

(iv) निरपेक्ष निम्नतम मान $= 3$, निरपेक्ष उच्चतम मान $= 19$

6. अधिकतम लाभ $= 113$ इकाई

7. $x = 2$ पर निम्नतम, निम्नतम मान $= -39$, $x = 0$ पर उच्चतम, उच्चतम मान $= 25$.

8. $x = \frac{\pi}{4}$ और $\frac{5\pi}{4}$ पर **9.** उच्चतम मान $= \sqrt{2}$

10. $x = 3$ पर उच्चतम, उच्चतम मान 89; $x = -2$ पर उच्चतम, उच्चतम मान $= 139$

11. $a = 120$

12. $x = 2\pi$ पर उच्चतम, उच्चतम मान $= 2\pi$; $x = 0$ पर निम्नतम, निम्नतम मान $= 0$

13. 12, 12 **14.** 45, 15 **15.** 25, 10 **16.** 8, 8

17. 3 cm **18.** $x = 5$ cm

21. त्रिज्या $= \left(\frac{50}{\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$ cm और ऊँचाई $= 2\left(\frac{50}{\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$ cm

22. $\frac{112}{\pi+4}$ cm, $\frac{28\pi}{\pi+4}$ cm **27.** A **28.** D **29.** C

अध्याय 6 पर विविध प्रश्नावली

1. (a) 0.677 (b) 0.497

3. $b\sqrt{3}$ cm²/s **4.** $x + y - 3 = 0$

6. (i) $0 \le x < \frac{\pi}{2}$ और $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ (ii) $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$

7. (i) $x < -1$ और $x > 1$ (ii) $-1 < x < 1$

8. $\frac{3\sqrt{3}}{4}ab$ **9.** Rs 1000

11. लंबाई $= \frac{20}{\pi+4}$ m, चौड़ाई $= \frac{10}{\pi+4}$ m

13. (i) $x = \frac{2}{7}$ पर स्थानीय उच्चतम (ii) $x = 2$ पर स्थानीय निम्नतम

(iii) $x = -1$ पर नत परिवर्तन बिंदु

14. निरपेक्ष उच्चतम मान $= \frac{5}{4}$, निरपेक्ष निम्नतम मान $= 1$

17. $\frac{4\pi R^3}{3\sqrt{3}}$ **19.** A **20.** B **21.** A

22. B **23.** A **24.** A

पूरक पाठ्य सामग्री

अध्याय 5

प्रमेय 5 (पृष्ठ 190 पर शीर्षक 'प्रमेय 5' के अंतर्गत है।)

(i) चरघातांकीय फलन $f(x) = e^x$ का अवकलज

यदि $f(x) = e^x$ है, तो

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{e^{x+\Delta x} - e^x}{\Delta x}$$

$$= e^x \cdot \lim_{\Delta x \to 0} \frac{e^{\Delta x} - 1}{\Delta x}$$

$$= e^x \cdot 1 \quad [\text{क्योंकि } \lim_{h \to 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1]$$

इस प्रकार, $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$ है।

(ii) लघुगणकीय फलन $f(x) = \log_e x$ का अवकलज

यदि $f(x) = \log_e x$ है, तो

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\log_e (x+\Delta x) - \log_e x}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\log_e \quad 1 + \frac{\Delta x}{x}}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{x} \frac{\log_e \quad 1 + \frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta x}{x}}$$

$$= \frac{1}{x} \quad \left[\text{क्योंकि } \lim_{h \to 0} \frac{\log_e (1+h)}{h} = 1\right]$$

इस प्रकार, $\frac{d}{dx} \log_e x = \frac{1}{x}$ है।